

Положаєнко С.А.

Національний університет «Одеська політехніка»

Прокоф'єв А.Ю.

Національний університет «Одеська політехніка»

АДАПТИВНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ТА КРИТЕРІЇ ПЕРЕВІРКИ ДОСТОВІРНОСТІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Статтю присвячено проблемі підвищення достовірності обчислювальної реалізації математичних моделей динамічних систем.

Визначено, що питання дослідження динамічних систем найбільш суттєво постають при розробці, експлуатації та модернізації систем управління різноманітними об'єктами та процесами. При цьому встановлено показову рису сучасних систем управління, яка полягає у широкому використанні численних типів обчислювальних систем, що реалізують методи і алгоритми моделювання та управління. Тому якість функціонування систем моделювання та управління багато в чому визначається характеристиками задіяних обчислювальних засобів. В ході проведеного аналізу показано, що проблема забезпечення якості функціонування, зокрема, управляючих систем з обчислювальною машиною в контурі управління, є дуже складною як з технічної, так і математичної точок зору. При вирішенні цієї проблеми практикою висунуто на одне з перших місць науковий напрямок, пов'язаний із розробкою методів та засобів, що забезпечують надійність і достовірність процесів обчислень та обробки інформації. Виділено особливий клас інженерних задач, в яких, при оцінці достовірності отриманого розв'язку, домінуюче значення мають час прогнозу (тобто швидкодія у його отриманні) та простота задіяних обчислювальних процедур. Зокрема, такі вимоги можуть виникати при розв'язуванні задач управління швидкоплинними динамічними процесами (об'єктами), особливо в умовах багатоваріантної постановки (до таких задач може бути віднесено: оптимізаційні задачі з ітераційними процедурами пошуку оптимального закону управління; задачі диспетчерського управління у нештатних та аварійних ситуаціях, коли відшукується найкращий, за певним критерієм, розв'язок з можливих альтернативних; задачі, які розв'язуються у «прискореному» масштабі часу, коли відшукуються закони програмного управління, за умови відсутності можливості організувати замкнуті системи управління, тощо). Гостротою означених вище вимог обумовлено актуальність виконаних в статті досліджень, а також останніми доведено, що для перевірки достовірності обчислень, стосовно динамічного стану досліджуваних об'єктів та процесів, раціонально застосовувати контрольні алгоритми. Причому, в разі обмеженого часу на обчислення, доцільно, в якості контрольного (перевірочного) алгоритму, використовувати спрощений алгоритм розв'язування задачі оцінки достовірності отриманого розв'язку вихідної задачі моделювання або управління.

Ключові слова: динамічна система, модель, достовірність обчислень, контрольний алгоритм, критерій перевірки обчислень, адаптивний метод.

Постановка проблеми. Застосування цифрових регуляторів при управлінні динамічними об'єктами (системами або процесами) пов'язано з реалізацією їх моделей, а також відповідних алгоритмів управління, на основі різноманітних обчислювальних (за прийнятою термінологією [1, 2] – моделююче-управляючих) пристроїв. Досвід практичної реалізації систем моделювання та управління, в яких модель динамічного об'єкта виконано на основі обчислювальних засобів, показує, що якість функціонування таких систем переважно визначається якісними

характеристиками останніх. Причому, в даному випадку, забезпечення бажаної якості функціонування визначається як програмно-апаратним складом обчислювальних засобів, які використовуються, так і модельною підтримкою – тобто математичним апаратом, на основі якого утворено відповідні моделі динамічних об'єктів. Тому, особливої уваги при вирішенні задачі забезпечення бажаних якісних характеристик моделююче-управляючих систем, набувають наукові дослідження, пов'язані із розробкою методів та засобів, що забезпечують надійність

та *достовірність* процесів обчислень та обробки інформації [3].

Слід зазначити, що при практичному впровадженні моделююче-управляючих комплексів динамічними системами обчислювальні процеси, які в них реалізуються, неодмінно наражаються на різного роду *завади* та *похибки*. Зокрема, комп'ютерне розв'язування математичних виразів, що утворюють математичні моделі (ММ) динамічних систем, може зазнавати похибок, спричинені числовими алгоритмами реалізації ММ (наприклад, неточностями апроксимації неперервних моделей або накопичення похибок округлення), та збоями в роботі апаратних засобів. Причому, більшість похибок та збоїв мають *випадковий характер*. Тому потрібен дієвий поточний контроль, що дозволяє виявити та усунути *похибки (збої)* до їх поширення в контурі управління, що зумовлює *оперативність* як одну з основних характеристик засобів контролю похибок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На поточний час використовуються як *програмні* і *апаратні* методи контролю процесів моделювання (чи управління), так і різноманітні їх поєднання, а детальний аналіз відповідних методів міститься, наприклад, в [4].

У загальному випадку, математична модель (ММ) динамічної системи, що реалізується в моделююче-управляючому комплексі, можна представити наступним чином:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t), \quad \mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y}_0, \quad (1)$$

де $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ – вектор змінних стану, $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ – вектор сигналів управління, $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ – вектор-функція, t – незалежний параметр часу.

Для будь-яких методів числового розв'язування рівнянь динаміки виду (1) контроль збоїв можна організувати шляхом порівняння результатів, отриманих на поточному та наступному кроках інтегрування, відповідно.

Наявність чи відсутність збоїв визначається перевіркою умови

$$\xi = \rho(y_i, y_{i+1}) \in D, \quad (2)$$

де ξ – міра близькості значень y_i та y_{i+1} , D – область допустимих значень цієї міри.

Для контролю похибок, викликаних збоями та відмовами, можуть використовуватися методи контролю методичної похибки числового розв'язку на етапі інтегрування або особливості побудови обчислювальних алгоритмів [5].

У методах прогнозу та корекції [6, 7] по різниці $\xi = |y_f - y_c|$ між прогнозованим y_f і скорегованим y_c значеннями шуканої функції можна робити висновки про наявності збою у роботі апаратури. Однак, існуючий взаємозв'язок між значеннями y_f та y_c знімає достовірність контролю.

Наявність такого зв'язку зумовлено наступним. У методі «прогноз-корекція» значення шуканої функції на поточному $(i+1)$ -му та попередньому i -му кроках обчислень зв'язані наступним співвідношенням:

$$y_{i+1} = y_i + h f_i, \quad (3)$$

де h – крок інтегрування, функція f_i визначається (1), а корекція здійснюється у відповідності до виразу

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f_i + \tilde{f}_{i+1}), \quad (4)$$

де $\tilde{f}_{i+1} = f(\tilde{\mathbf{Y}}, \mathbf{U}, t_{i+1})$.

Як видно з (3) і (4), на одному кроці інтегрування двічі обчислюється функція $f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_i)$ у точках t_i та t_{i+1} . Оскільки цей процес, як правило, займає основний обсяг обчислювальної роботи, можна припустити, що збій стався в момент обчислення $f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_i)$ і значення функції f_i отримано з похибкою Δf_i . Тоді значення функції, яке може бути отримане у відповідності до формули (3), буде

$$\tilde{y}_{i+1} = y_i + h(f_i + \Delta f_i) = y_i + h f_i + h \Delta f_i, \quad (5)$$

Тут величина $\Delta y_{i+1} = h \Delta f_i$ – похибка в значенні прогнозу.

Розкладемо функцію $\tilde{f}_{i+1}$ в ряд Тейлора по y і, при цьому, обмежимося двома першими членами

$$\tilde{f}_{i+1} = f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h f_i + \frac{\partial f_i}{\partial t} h.$$

Підставимо в останній вираз для $\tilde{f}_{i+1}$ значення функції f_i з похибкою, в результаті чого отримаємо

$$\tilde{f}_{i+1} = f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h(f_i + \Delta f_i) + \frac{\partial f_i}{\partial t} h.$$

Обчислимо значення функції y_{i+1} у відповідності до формули (4)

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \left[(f_i + \Delta f_i) + f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h(f_i + \Delta f_i) + \frac{\partial f_i}{\partial t} h \right], \quad (6)$$

Різниця між прогнозованим y_f (5) та скорегованим y_c (6) значеннями буде дорівнювати

$$\xi = |\tilde{y}_{i+1} - y_{i+1}| = \frac{h}{2} \left| \Delta f_i \left(1 - \frac{\partial f_i}{\partial y} h \right) - h \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} f_i + \frac{\partial f_i}{\partial t} \right) \right|$$

звідки видно, що величина ξ залежить від величин похідних $\frac{\partial f_i}{\partial y}$ та $\frac{\partial f_i}{\partial t}$, тобто одночасно впливає як на прогнозоване значення y_f , так і скореговане значення y_c . При цьому, навіть наявність значної похибки у скорегованому значенні $\Delta y_{i+1} = h \Delta f_i$ може бути «непоміченим», якщо величини цих похідних малі. Крім того, наявність множника $\frac{h}{2}$ при малих знижує «чутливість» величини ξ до похибок, які викликані збоями при обчисленні f_i .

Дієвим при контролі достовірності обчислень може розглядатися підхід, що ґрунтується на застосуванні, крім основного алгоритму A_b , реалізації ММ виду (1), контрольного алгоритму A_k [8], причому в останньому використовується вже інформація перевірена на попередніх кроках (наприклад, кроках ітераційної процедури інтегрування (1)).

Відповідні екстраполяційний та інтерполяційний контрольні алгоритми, запропоновані в роботі [9], виглядають наступним чином:

$$\bar{y}_{i+1} = \sum_{p=0}^{p_1} a_p y_{p-1} + h \sum_{s=1}^{s_1} b_s f(Y, U, t_{i-s}) \quad (7)$$

$$\bar{y}_i = \sum_{p=-1}^{p_1} a_p y_{i-p} + h \sum_{s=-1}^{s_1} b_s f(Y, U, t_{i-s}), \quad (8)$$

де $h = (t_{i+1} - t_i)$ – крок інтегрування, a_p , b_s – коефіцієнти.

Інтерполяційна формула контролю (4), на відміну від екстраполяційної (7), враховує зміну розв'язку на кроці обчислень, який контролюється, що зменшує різницю між величинами y та $\bar{y}$ в алгоритмах A_b та A_k , відповідно.

Зазначимо, що коефіцієнти контрольних алгоритмів виду (7) та (8) визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$, який являє собою багаточлен якомога більшого ступеня. Такий вибір коефіцієнтів a_p та b_s дозволяє отримати заданий порядок похибки контролю при відносно невеликому обсязі обчислень за контрольним алгоритмом A_k в процесі підрахунку.

Постановка завдання. Мета чинної роботи полягає у розробці та дослідженні адаптивного

методу контролю достовірності обчислювальної реалізації математичних моделей динамічних систем при розв'язуванні задач їх моделювання та управління, а також у формуванні відповідних критеріїв перевірки достовірності контролю обчислень, виконаних за адаптивним методом.

Виклад основного матеріалу. коефіцієнти контрольних алгоритмів виду (7) та (8) визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$, який являє собою багаточлен якомога більшого ступеня. Такий вибір коефіцієнтів a_p та b_s дозволяє отримати заданий порядок похибки контролю при відносно невеликому обсязі обчислень за контрольним алгоритмом A_k в процесі підрахунку. Фактично точність контролю, що визначається залишком ряду Тейлора для контрольних формул, коливається від кроку до кроку, залежно від гладкості розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$.

Нижче запропоновано метод організації контролю розв'язування системи рівнянь (1) за допомогою контрольного алгоритму A_k , що перебудовується залежно від поведінки контрольованого розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$. Особливість даного підходу полягає в тому, що проконтрольовані на черговому кроці результати використовуються для визначення параметрів контрольного алгоритму A_k (тобто коефіцієнтів a_p , b_s). При цьому параметри визначаються з умови мінімуму певної міри близькості результатів, отриманих за контрольним A_k та основним A_b алгоритмами на ділянці розв'язку, що включає останній проконтрольований крок обчислень. Отриманий алгоритм, що позначимо як A_a , використовується для контролю наступного кроку обчислень. Після цього параметри знову уточнюються.

Очевидно, що описану процедуру методу та реалізуючий її алгоритм A_a , зважаючи на вищесказане, можна вважати адаптивними.

При цьому, адаптивний метод, який пропонується, допускає наступне трактування: на основі проконтрольованої інформації про фізичний процес (тобто динаміки останнього, що описується системою (1), і припущення, що поведінка розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$ від кроку до кроку змінюється достатньо повільно) розв'язується задача параметричної ідентифікації при заданій структурі математичного опису процесу (тобто системи (1)). Отримана модель, в даному випадку контрольна формула у вигляді алгоритму A_a , використовується для наступного контролю. Інакше, у міру надходження проконтр-

ольованої інформації, модель, яка використовується для контролю (алгоритм), уточнюється (або адаптується). Надалі, визначення параметрів контрольного алгоритму, в якості якого розглядається вже алгоритм A_a , будемо використовувати методи параметричної ідентифікації безінерційних об'єктів [10, 11].

Застосовуючи результати обчислень за основним алгоритмом A_b , отримані до $(i+1)$ -ого кроку обчислень, можна визначити параметри контрольного алгоритму A_a на $(i+1)$ -му кроці із системи алгебраїчних рівнянь.

Тобто

$$\mathbf{CQ} = \mathbf{B}, \quad (9)$$

До прикладу, для екстраполяційного способу контролю, що використовують оцінку розв'язку в точці $t_{i-1+\alpha}$, величини, що входять у вираз (9), визначаються на $(i+1)$ -му кроці обчислювальної процедури наступним чином:

$$\mathbf{Q} = (a_{-1}, a_1, \dots, a_{p_1}, \dots, b_0, b_1, \dots, b_{s_1})^T, \\ \mathbf{B} = (y_i, y_{i-1}, \dots, y_{i-k+1})^T, \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} y_{i-1} & \dots & y_{i-p_1-1} & \dot{y}_{i-2+\alpha} & \dot{y}_{i-2} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-1} \\ y_{i-2} & \dots & y_{i-p_1-2} & \dot{y}_{i-3+\alpha} & \dot{y}_{i-3} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i-k} & \dots & y_{i-p_1-k} & \dot{y}_{i-k-1+\alpha} & \dot{y}_{i-k-1} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-k} \end{bmatrix}.$$

Якщо матриця $\mathbf{C}$ не вироджена, і число її рядків дорівнює розмірності вектора параметрів (для екстраполяційного методу $\Pi_{\text{ers}} = (a_{-1}, a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_s)$ та інтерполяційного методу $\Pi_{\text{int}} = (a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, \dots, b_s)$, відповідно), що визначається значенням k , то оцінкою $\mathbf{Q}$ матриці параметрів $\mathbf{Q}$ (як для екстраполяційного, так і для інтерполяційного методів) є розв'язок системи алгебраїчних рівнянь

$$\hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}$$

і результати, отримані за основним алгоритмом A_b та контрольним алгоритмом A_a на послідовності $y_i, y_{i-1}, \dots, y_{i-k+1}$ співпадають. Якщо матриця $\mathbf{C}$ прямокутна, то для визначення оцінки вектора параметрів можна скористатися методом найменших квадратів [12].

Розглянемо два варіанти побудови конструктивних алгоритмів адаптивного методу контролю точності обчислень при розв'язуванні задач моделювання та управління динамічними системами.

Нехай, для конкретності викладення, але не порушуючи його загальності, розглядається задача моделювання динамічного об'єкта, в якості ММ якого обрано рівняння Вольтери другого роду, причому останнє записано у еквівалентній формі:

$$y(t) + \int_{t_0}^t \frac{K'_t(t,s)}{K(t,t)} y(s) ds = \frac{f'(t)}{K(t,t)} \quad (10)$$

Будемо відшукати резольвенту $R_p(t,s)$ ядра $K(t,s)$ рівняння (10).

При числовому розв'язуванні рівняння (10) можна використати метод квадратурних формул, що у підсумку дає змогу записати розв'язок наступним чином:

$$y_1 = \frac{1}{K_{1,1}} \left[\frac{f_1}{h_1} - \frac{1}{2} K_{1,0} y_0 \right], \dots, \\ y_i = \frac{2}{K_{i,i}} \left[\frac{f_i}{h_i} - \frac{h_i}{2h_0} K_{i,0} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{h_j + h_{j-1}}{h_i} K_{ij} y_j \right) \right] \quad (11)$$

де $t_1 = (t_0 + h_1)$, $t_2 = (t_1 + h_2)$, ..., $t_n = T$; а кроки дискретизації h_i визначаються як $h_i = (t_i - t_{i-1})$, $i = \overline{0, (n-1)}$.

Після виконаної постановки задачі із записом рівняння динаміки (наприклад, у формі (10), (11), перший алгоритм виглядає наступним чином.

Алгоритм A_{ak}^1 .

1. Зведення розв'язку вихідної задачі (10), (11) до виду

$$k_1 = h_i f(y_i, u_i, t_i), \\ k_2 = h_i f[y_i + \beta k_1, u(t_i + \alpha h), t_i + \alpha h_i], \quad (12)$$

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{r=1}^i \gamma_r k_r; i = \overline{0, (n-1)},$$

де α, β, γ – параметри алгоритму.

2. Визначення контрольного значення функції по екстраполяційній формулі (7) першого порядку точності:

$$\bar{y}_{i+1} = ay_i - h_i b \dot{y}_{i-1+\alpha}; i = \overline{0, (n-1)}, \quad (13)$$

де $\dot{y}_{i-1+\alpha} = f[y_i + \beta k_1, u(t_i + \alpha h), t_i + \alpha h_i]$ – значення оцінки прирощення, отримане за алгоритмом A_b на i -му кроці обчислень. На першому кроці обчислень коефіцієнти a, b визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для багаточлена першого степеня точності.

3. Визначення величини

$$\xi = |y_{i+1} - \bar{y}_{i+1}|.$$

4. Перевірка умови

$$\xi \leq \xi_{\text{sup}}, \quad (14)$$

де ξ_{sup} – допустиме значення ξ . Якщо умова (14) не виконується, то виконати корегування розв'язку (наприклад, заміною y_{i+1} на $\bar{y}_{i+1}$). Якщо $(i-k-1)$, то перейти до п. 5, інакше здійснити завершення процесу обчислень.

5. Сформувати матрицю

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} y_{i+1} & \dot{y}_{i-2+\alpha} \\ \dots & \dots \\ y_{i-k} & \dot{y}_{i-k-1+\alpha} \end{bmatrix},$$

де $\dot{y}_{i-k-1+\alpha}$ – значення оцінки прирощення, отримане за процедурою (13) на $(i-k-1)$ -му кроці обчислень. Величина k визначає число рядків матриці $\mathbf{C}$.

6. Сформувати вектор

$$\mathbf{B} = (y_i, \dots, y_{i-k-1})^T.$$

7. Визначити коефіцієнти a, b контрольного алгоритму (9) з системи алгебраїчних рівнянь

$$\mathbf{CQ} = \mathbf{B},$$

де $\mathbf{Q} = (a, b)^T$.

Для продовження розв'язування перейти до п. 1.

Як видно з наведеної процедури розв'язування, необхідні додаткові обчислення щодо визначення поточного значення коефіцієнтів a, b . Спростити процедуру контролю можна, визначаючи не весь вектор $\mathbf{Q}$, а його частину, вважаючи інші компоненти вектора такими, що рівні за значеннями, та такими, що отримані з умови точного результату за контрольною формулою для багаточлена як можливо високого ступеня. Так, в процедурі, яка аналізувалася, можна було визначати перший коефіцієнт a , вважаючи інший $b = 1$. Це відповідає перетворенню моделі (усічення моделі за параметрами).

Відмінність другого алгоритму полягає у способі визначення різниці між значеннями величин, отриманих по основному A_b та контрольному (екстраполяційному або інтерполяційному) алгоритмах, яка і являє собою похибку контролю. Зокрема, для екстраполяційного алгоритму виду (7) похибка ξ визначається різницею залишкових членів основного A_b та контрольного A_k алгоритмів.

Припустимо, що для задачі виду (10), (11) основний алгоритм A_b реалізує однокрокову процедуру, залишковий член якої має вигляд

$$r_0 = G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0, \quad t_i \leq \varepsilon_0 \leq t_{i+1}; \quad i = \overline{0, (n-1)}, \quad (15)$$

де k_0 – порядок точності основного алгоритму A_b , G_0 – деякий постійний коефіцієнт. Тоді, для значення функції, отриманого по алгоритму A_b на $(i+1)$ -му кроці обчислень, можна записати

$$y_{i+1} = \tilde{y}_{i+1} + G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0; \quad i = \overline{0, (n-1)}, \quad (16)$$

де $\tilde{y}_{i+1}$ – точне значення функції на $(i+1)$ -му кроці обчислень за умови точного результату на попередніх кроках (в даному випадку враховується тільки *локальна* похибка на кроці, що визначається методичною похибкою числового методу).

Алгоритм A_{ak}^2 .

1. Записуються вирази виду (15), (16) для контрольного алгоритму:

$$r_k = G_k h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_k, \quad t_i \leq \varepsilon_k \leq t_{i+1}; \quad i = \overline{0, (n-1)},$$

$$\bar{y}_{i+1} = \tilde{y}_{i+1} + G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0; \quad i = \overline{0, (n-1)},$$

де r_k – порядок точності контрольного алгоритму, G_k – постійний коефіцієнт.

2. Обчислюється різниця значень, отриманих за основним A_b та контрольним A_k алгоритмах

$$R_{i+1} = y_{i+1} - \bar{y}_{i+1} = G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0 - G_k h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_k, \quad i = \overline{0, (n-1)}. \quad (17)$$

3. Після проведення контролю на i -му кроці обчислень при відсутності збоїв (що встановлюється при контролі) визначається оцінка різниці залишкових членів R_i основного A_b та контрольного A_k алгоритмів

$$R_i = y_i - \bar{y}_i, \quad i = \overline{0, (n-1)}. \quad (18)$$

Величину R_i можна використовувати для компенсації різниці залишкових членів R_{i+1} на $(i+1)$ -му кроці обчислень, якщо

$$R_i = R_{i+1}. \quad (19)$$

4. Для екстраполяційного алгоритму (7) контрольна формула з компенсацією різниці залишкових членів має вигляд:

$$\bar{y}_{i+1}^R = \bar{y}_{i+1} + R_i, \quad i = \overline{0, (n-1)}. \quad (20)$$

Для інтерполяційного алгоритму (8) різниця (18) визначає оцінку залишкового члена контрольної інтерполяційної формули.

Контрольний інтерполяційний алгоритм з компенсацією має вигляд:

$$\bar{y}_i^R = \bar{y}_i + R_{i-1}, \quad i = \overline{0, (n-1)}. \quad (21)$$

Контрольні алгоритми з компенсацією виду (20) та (21) можна записати через значення, отримані за основним алгоритмом A_b . Для цього необхідно величину R_i в (20) або в (21) представити у вигляді (18), записавши замість величини $\bar{y}_i$ алгоритм її отримання (екстраполяційний або інтерполяційний).

Наприклад, при використанні компенсації в контрольному алгоритмі (13) величина R_i для (18) визначається як (для простоти, за умови $a = b = 1$)

$$R_i = y_i - y_{i-1} - h_i \dot{y}_{i-2+\alpha}, \quad i = \overline{0, (n-1)}. \quad (22)$$

і контрольний алгоритм з компенсацією (20) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \bar{y}_{i+1}^R &= \bar{y}_{i+1} + R_i = (2y_i - y_{i-1}) + h_i (\dot{y}_{i-1+\alpha} + y_{i-2+\alpha}), \\ i &= \overline{0, (n-1)}. \end{aligned} \quad (23)$$

На рис. 1 та рис. 2 показано залежності математичного очікування $M[\xi]$ та середнього квадратичного значення відхилення $\sigma[\xi]$ величини ξ , що визначалася для прикладної задачі (10) за формулою

$$\xi = \sum_{j=1}^n \frac{|y_{j,i} - \bar{y}_{j,i}|}{\max_t |y_j|}, \quad j = \overline{1, 6}.$$

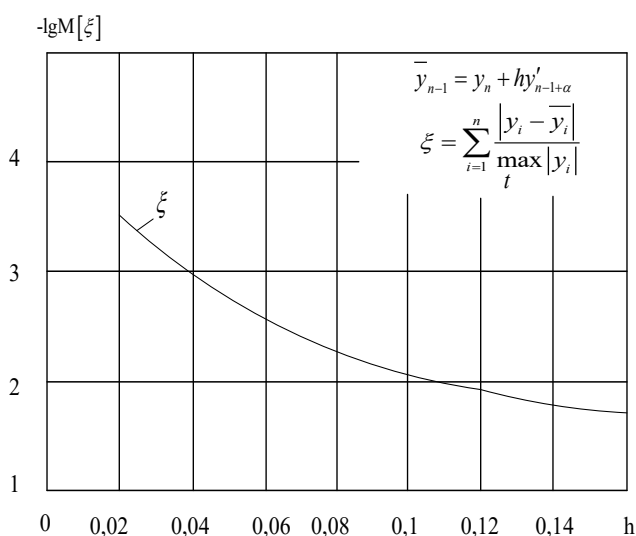


Рис. 1. Залежність математичного очікування $M[\xi]$ величини ξ від кроку h

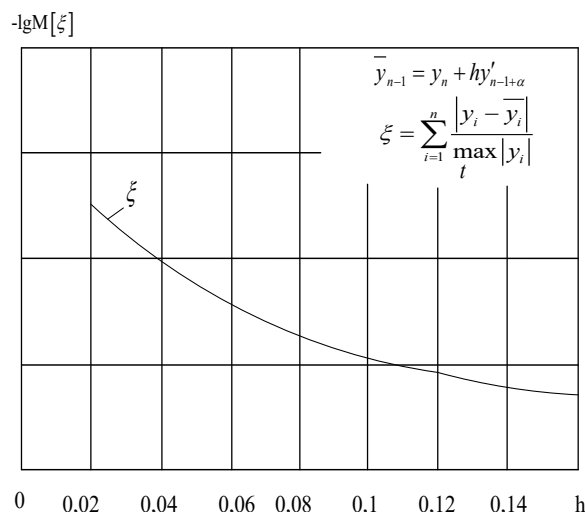


Рис. 2. Залежність середнього квадратичного відхилення $\sigma[\xi]$ величини ξ від кроку h

Для контролю числового розв'язку використовувалася екстраполяційна формула першого порядку точності виду

$$\bar{y}_{i+1} = y_i + h_i y_{i-1+\alpha}$$

без компенсації різниці залишкових членів та формули (23) з компенсацією, відповідно. Як випливає з графіків, точність контролю з компенсацією різниці залишкових членів на порядок вищий точності контролю без компенсації.

Зазначимо, що в якості критеріїв щодо прийняття рішення про факт наявності або відсутності похибок (збою), тобто – *критеріїв перевірки достовірності* обчислювальної реалізації моделей динамічних систем – пропонується обрати вирази (14) або (17) (для кожного з адаптивних алгоритмів A_{ak}^1 або A_{ak}^2 , відповідно).

Висновки. Виконане аналітичне дослідження показало, що застосування адаптації дозволяє підвищити достовірність та точність екстраполяційного та інтерполяційного контрольних алгоритмів. У відповідності до цього, запропоновано критерії, які дозволяють встановлювати факт наявності (або відсутності) похибки в основному алгоритмі числової реалізації ММ динамічної системи, що дає змогу виявляти збої в роботі основного обчислювального алгоритму. Останнє дозволило розробити адаптивний метод контролю достовірності обчислювальної реалізації ММ динамічних систем, який забезпечує визначення параметрів контрольного алгоритму з умови мінімуму обраної міри (тобто, критерію достовірності) близькості результатів, отриманих за контрольним та основним алгоритмами.

Список літератури:

1. Пупена О. М., Ельперін І. В., Луцька Н. М., Ладанюк А. П. Промислові мережі та інтеграційні технології в автоматизованих системах. К.: Ліра-К, 2011. 500 с.
2. Гліненко, Л. К., Гліненко А. В., Сухонос О. Г. Основи моделювання технічних систем. Львів: Бескид Біт, 2003. 176 с.
3. Костюшко І. А., Любашенко Н. Д., Третиник В. В. Методи обчислень. К.: НТТУ «КПІ ім. І. Сікорського», Вид-во «Політехніка», 2021. 243 с.
4. Чабанюк Я. М., Яковина В. С., Федасюк Д. В. Побудова і дослідження моделі надійності програмного забезпечення з індексом величини проекту. *Інженерія програмного забезпечення*, 2010. Вип. 1. С. 1–6.
5. Косак О., Тумашова О. Методи наближених обчислень. Львів: Бак, 2003. 168 с.
6. Катаєва Є. Ю., Одокієнко С. М., Люта М. В., Савченко Я. С. Практичний аналіз якості програмного забезпечення з відкритим кодом. *Управління розвитком складних систем*, 2020. № 44. С. 49–55. URL: <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2020.44.49-55>
7. Hoffmann G. M., Rajnarayan D. G., Waslander S. L., Jang J. S. (2004) The Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi Agent Control (STARMAC-2004). *In the Proceedings of the 23rd Digital Avionics System Conference. Salt Lake City, UT*. P. 12–16.
8. Положаєнко, С. А., Прокоф'єв А. Ю. Моделі визначення надійності динамічних систем, функціонування яких характеризується режимом профілактики. *Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2024. Т. 35 (74). № 1. С. 280–286. URL: <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.1.1/42>
9. Положаєнко, С. А., Прокоф'єв А. Ю. Параметрична редукція по точності математичних моделей динамічних об'єктів систем. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2024. Вип. 6 (149). С. 125–131. URL: <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2024.6.15>
10. Foidl H., Felderer M. Integrating software quality models into risk-based testing. *Software Quality Journal*, 2018. Vol. 26. P. 809–847.
11. Polozhaenko S. A., Prokofieva L. L.. Planning of the diagnostic experiment in the localization of troubleshooting failures of single-free systems. *Informatics and Mathematical Methods in Simulation*. 2018. Vol. 8. No 1. P. 5–16.
12. Ляшенко Б. М., Кривонос О. М., Вакалюк Т. А. Методи обчислень. Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014. 228 с.

Polozhaenko S.A., Prokofiev A.Ju. ADAPTIVE CONTROL METHOD AND CRITERIA FOR VERIFYING THE RELIABILITY OF COMPUTER IMPLEMENTATION OF DYNAMIC SYSTEMS MODELS

The article is devoted to the problem of increasing the reliability of computational implementation of mathematical models of dynamic systems.

It is determined that the issues of studying dynamic systems arise most significantly in the development, operation and modernization of control systems for various objects and processes. At the same time, a characteristic feature of modern control systems is established, which consists in the widespread use of numerous types of computational systems that implement methods and algorithms for modeling and control. Therefore, the quality of functioning of modeling and control systems is largely determined by the characteristics of the computing resources involved. The analysis shows that the problem of ensuring the quality of functioning, in particular, of control systems with a computer in the control loop, is very complex from both a technical and mathematical point of view. In solving this problem, the scientific direction associated with the development of methods and tools that ensure the reliability and validity of the processes of calculations and information processing has been put forward in one of the first places. A special class of engineering problems has been identified in which, when assessing the validity of the obtained solution, the forecast time (i.e., the speed of its obtaining) and the simplicity of the computational procedures involved are of dominant importance. In particular, such requirements may arise when solving control problems of fast-moving dynamic processes (objects), especially in conditions of multivariate formulation (such problems may include: optimization problems with iterative procedures for finding the optimal control law; dispatch control problems in abnormal and emergency situations, when the best solution from possible alternatives is sought, according to a certain criterion; problems that are solved in an “accelerated” time scale, when program control laws are sought, provided that there is no possibility to organize closed-loop control systems, etc.). The urgency of the above-mentioned requirements determines the relevance of the research carried out in the article, and the latter have also proven that to verify the reliability of calculations regarding the dynamic state of the studied objects and processes, it is rational to use control algorithms. Moreover, in the case of limited time for calculations, it is advisable to use a simplified algorithm for solving the problem of assessing the reliability of the obtained solution of the initial modeling or control problem as a control (verification) algorithm.

Key words: dynamic system, model, reliability of calculations, control algorithm, calculation verification criterion, adaptive method.